PEUT-ON COMPRENDRE LA MÉCANIQUE QUANTIQUE ?

Jean BRICMONT
INSTITUT DE RECHERCHE EN MATHÉMATIQUE ET PHYSIQUE, UNIVERSITÉ CATHOLIQUE DE LOUVAIN

ARCHIVES POINCARÉ ET LE LABORATOIRE DE PHYSIQUE ET CHIMIE THÉORIQUE

UNIVERSITÉ DE LORRAINE

16 septembre 2021

PLAN:

- RÉSUMÉ SUR LA MÉCANIQUE QUANTIQUE

- QUEL EST LE PROBLÈME?

- LA THÉORIE DE DE BROGLIE-BOHM

Il n'existe pas des choses qui sont "des choses". Les objets sont fantomatiques, sans propriétés définies (telles que position ou masse) avant d'être mesurées. Avant cela, les propriétés sont dans une pénombre appelée "superposition".

Toutes les particules sont des ondes et les ondes des particules, qui apparaissent sous l'une ou l'autre forme, en fonction du type de mesure qui est faite.

Une particule qui se déplace entre deux points parcourt tous les chemins possibles simultanément.

Des particules qui se trouvent à des millions de kilomètres de distance peuvent agir l'une sur l'autre instantanément.

The Economist, 7 janvier 1989; *The queerness of quanta.*

"La conception de la réalité objective des particules élémentaires s'est donc étrangement dissoute, non pas dans le brouillard d'une nouvelle conception de la réalité obscure ou mal comprise, mais dans la clarté transparente d'une mathématique qui ne représente plus le comportement de la particule élémentaire mais la connaissance que nous en possédons".

W. HEISENBERG

Nous ne pouvons plus parler du comportement de la particule indépendamment du processus d'observation. En conséquence de quoi, les lois naturelles formulées mathématiquement dans la théorie quantique ne traitent plus des particules élémentaires elles-mêmes, mais de notre connaissance à leur sujet. De même, il n'est plus possible de se demander si ces particules existent objectivement dans l'espace et le temps...

W. HEISENBERG

“Il n’y a pas de monde quantique. Il y a seulement une description quantique abstraite. Il est erroné de penser que la tâche de la physique est de savoir ce qu’est la Nature. La physique s’occupe de ce que nous pouvons dire sur la Nature”.

N. BOHR

“Vous voyez, la description de la mécanique quantique se fait en terme de connaissance. Et la connaissance nécessite quelqu’un qui connaît”.

R. PEIERLS

Aucun phénomène élémentaire n’est un phénomène avant qu’il ne soit un phénomène observé.

J. A. WHEELER

Lors d'une mesure de la position d'un électron, celui-ci est forcé à prendre une décision. Nous l'obligeons à prendre une position bien définie; avant cela, il n'était ni ici ni là; il n'avait pas encore pris de décision concernant sa position. Si, dans une autre expérience, la vitesse de l'électron est mesurée, cela signifie: l'électron est forcé à se décider à prendre une valeur définie de sa vitesse.

P. JORDAN

Mais peut-être que tout cela, ce sont de vieilles histoires, éliminées ou clarifiées par le développement de la physique. Mais un physicien contemporain écrit :

"La doctrine selon laquelle le monde est fait d'objets dont l'existence est indépendante de la conscience humaine se trouve être en conflit avec la mécanique quantique et avec des faits établis expérimentalement".

Ainsi que:

"On peut démontrer que la lune n'est pas là quand personne ne la regarde".

D. MERMIN

Et on lit dans *Nature* en 2005 :

"Quel est le message du quantum? Je suggère que la distinction entre la réalité et notre connaissance de la réalité, entre réalité et information, ne peut pas être faite".

A. ZEILINGER

On appelle idéalistes ces philosophes qui, n'ayant conscience que de leur existence et des sensations qui se succèdent au dedans d'eux-mêmes, n'admettent pas autre chose : système extravagant qui ne pouvait, ce me semble, devoir sa naissance qu'à des aveugles ; système qui, à la honte de l'esprit humain et de la philosophie, est le plus difficile à combattre, quoique le plus absurde de tous.

DIDEROT LETTRE SUR LES AVEUGLES.

Le nom de Berkeley est celui d'un philosophe anglais très estimé, qui est même crédité d'être l'inventeur de la plus grande folie jamais éclose dans un cerveau humain, l'idéalisme philosophique qui nie l'existence du monde matériel.

LUDWIG BOLTZMANN.

Je suis fermement convaincu que le caractère fondamentalement statistique de la théorie quantique contemporaine est uniquement dû au fait que celle-ci repose sur une description incomplète des systèmes physiques.

Dans une description physique complète, la théorie quantique statistique prendrait . . . approximativement une position analogue à la mécanique statistique dans le cadre de la mécanique classique.

A. EINSTEIN

LE PRINCIPE DE SUPERPOSITION

CONSIDÉRONS UNE PROPRIÉTÉ QUANTIQUE TYPIQUE, LE SPIN

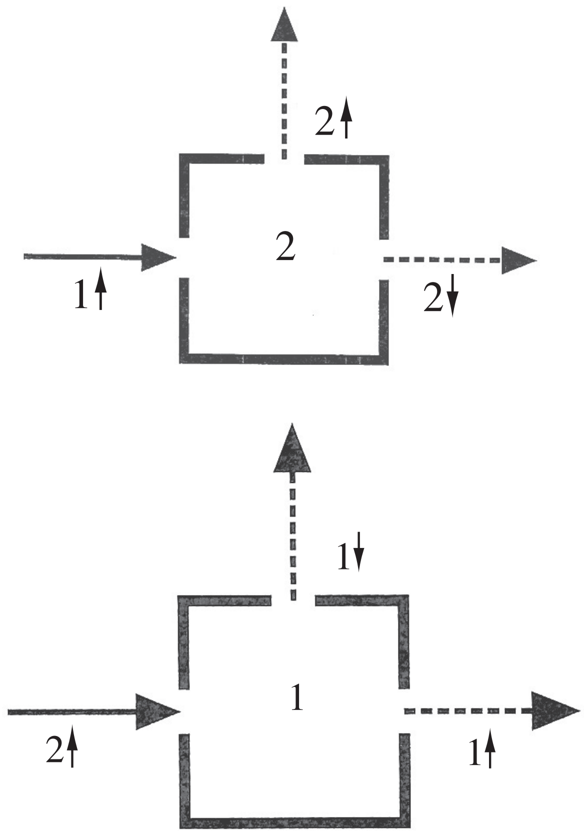
C'EST UNE "VARIABLE" QUI PREND DEUX VALEURS DANS N'IMPORTE QUELLE DIRECTION.

up et down $\quad\quad \uparrow$ et $\downarrow$

1 et 2

$1\uparrow \quad 1\downarrow \quad\quad 2\uparrow \quad 2\downarrow$

IL EXISTE DES INSTRUMENTS QUI "MESURENT" LE SPIN DANS LES DIRECTIONS 1 ET 2



1 $\uparrow$ $\longrightarrow$ ON MESURE LE SPIN DANS LA DIRECTION 2

$\longrightarrow$ MOITIÉ $\uparrow$, MOITIÉ $\downarrow$

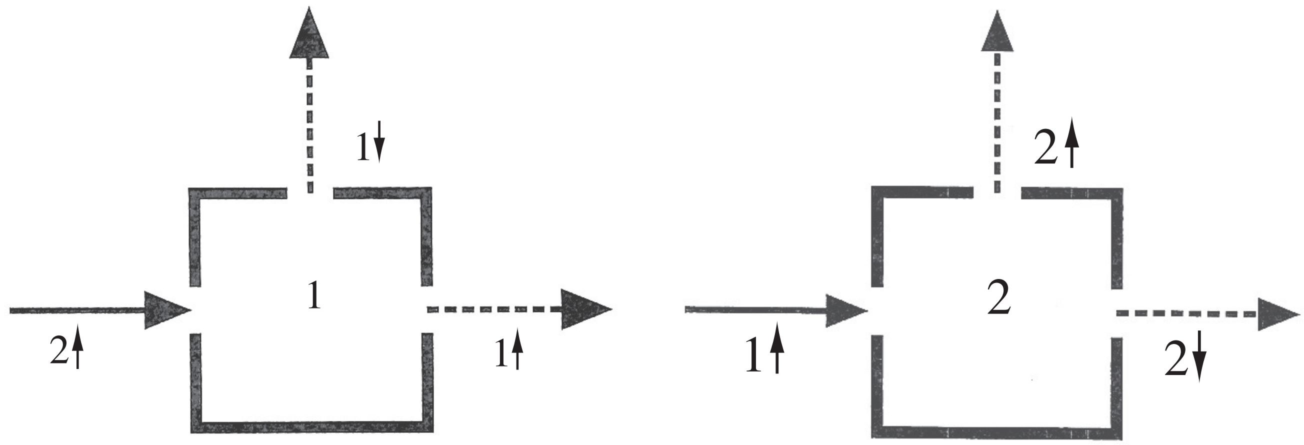
1 $\downarrow$ $\longrightarrow$ IDEM

2 $\uparrow$ $\longrightarrow$ ON MESURE LE SPIN DANS LA DIRECTION 1

$\longrightarrow$ MOITIÉ $\uparrow$, MOITIÉ $\downarrow$

2 $\downarrow$ $\longrightarrow$ IDEM

DEUX APPAREILS :



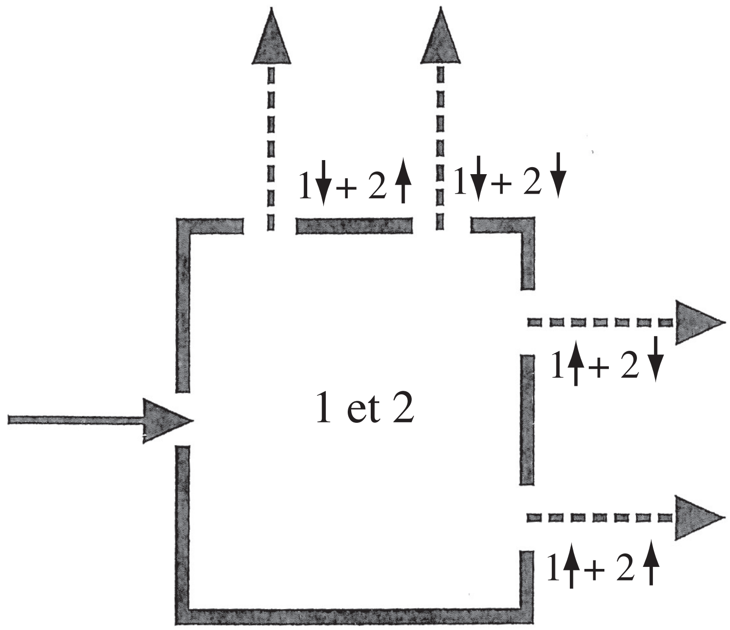
CONSIDÉRONS LES PARTICULES 1 $\uparrow$. SONT-ELLES À LA FOIS 2 $\uparrow$ *ET* 1 $\uparrow$?

SI ON MESURE DANS LA DIRECTION 2 APRÈS AVOIR MESURÉ DANS LA DIRECTION 1:

50 % 2 $\uparrow$ 50 % 2 $\downarrow$!

ON DIRAIT QUE MESURER DANS LA DIRECTION 2 APRÈS AVOIR MESURÉ DANS LA DIRECTION 1 FAIT EN SORTE QUE LA PARTICULE OUBLIE QU'ELLE ÉTAIT 2 $\uparrow$ AU DÉPART.

IMPOSSIBLE À CONSTRUIRE:

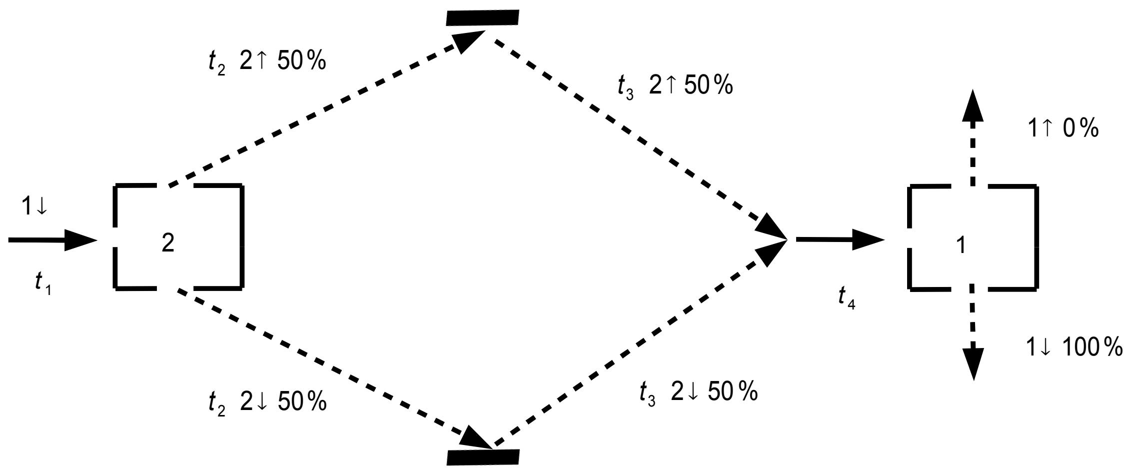


EXEMPLE DE *COMPLÉMENTARITÉ* (BOHR): ON PEUT PARLER D'UNE PROPRIÉTÉ (LE SPIN ÉTANT UP OU DOWN DANS LA DIRECTION 1) OU UNE AUTRE LE SPIN ÉTANT UP OU DOWN DANS LA DIRECTION 2), MAIS PAS LES DEUX SIMULTANÉMENT.

C'EST AUSSI UN EXEMPLE DES

RELATIONS D'INCERTITUDE DE HEISENBERG.

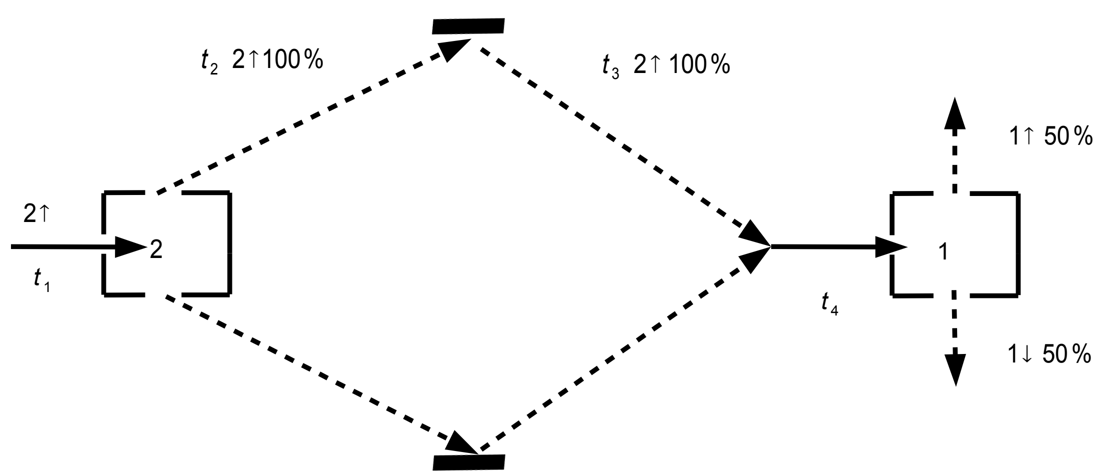
MACH-ZEHNDER INTERFEROMETER



2 CHEMINS, UN POUR LES PARTICULES 2 $\uparrow$,

L'AUTRE POUR LES PARTICULES 2 $\downarrow$

SI ON COMMENCE AVEC DES PARTICULES 2 $\uparrow$ AU LIEU DE 1 $\downarrow$:



100 % UN CHEMIN (2 $\uparrow$)

APRÈS LA FLÈCHE : 50 % 1 $\uparrow$, 50 % 1 $\downarrow$

SI ON COMMENCE AVEC DES PARTICULES 2 $\downarrow$:
MÊME CHOSE 100 % UN CHEMIN (2 $\downarrow$)

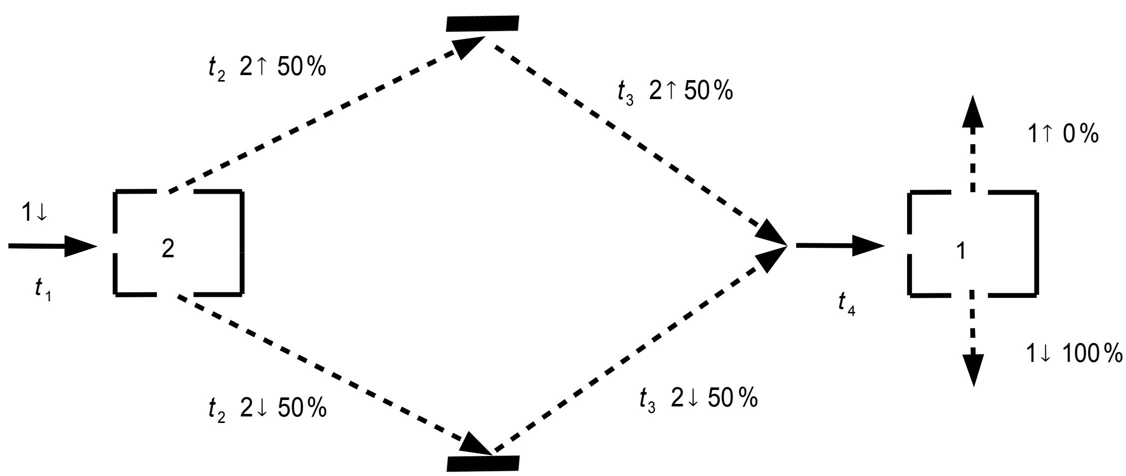
APRÈS LA FLÈCHE : 50 % 1 $\uparrow$, 50 % 1 $\downarrow$

MAIS SI ON COMMENCE AVEC DES PARTICULES 1 $\downarrow$

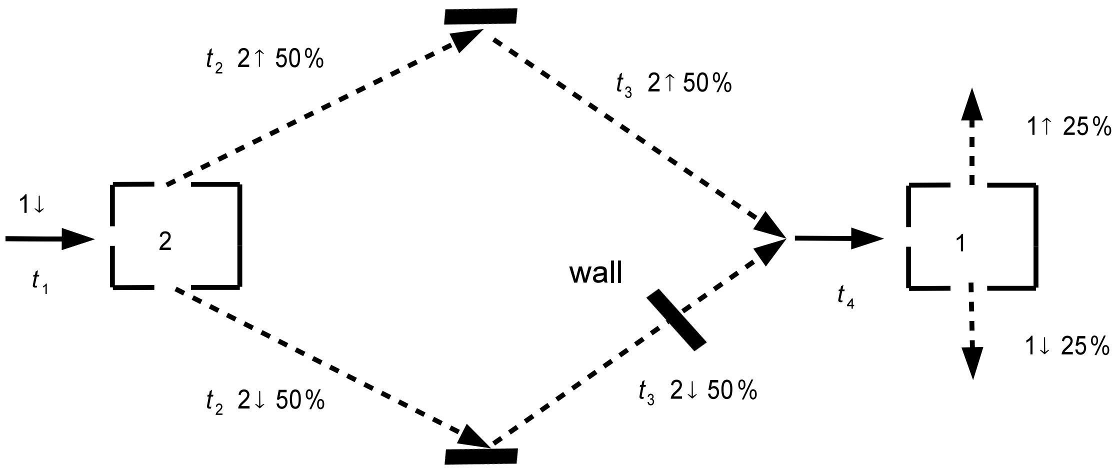
50 % UN CHEMIN (2 $\uparrow$)

50 % L'AUTRE CHEMIN (2 $\downarrow$)

APRÈS LA FLÈCHE 100 % 1 $\downarrow$

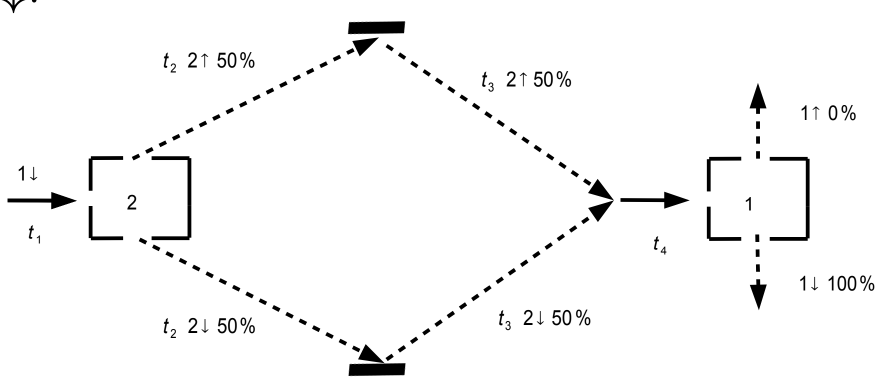


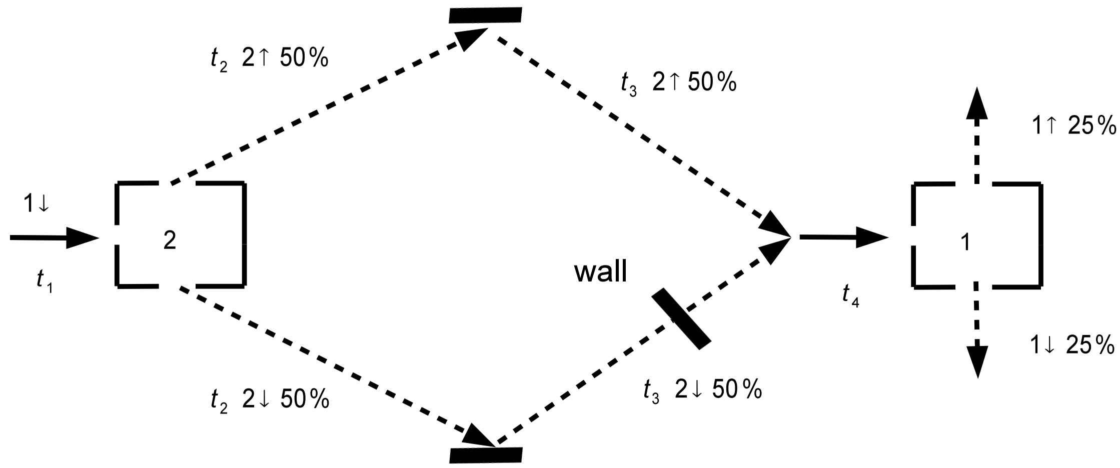
SI ON INSÈRE UN MUR LE LONG D'UN CHEMIN:



1. 50 % DE PARTICULES EN MOINS.

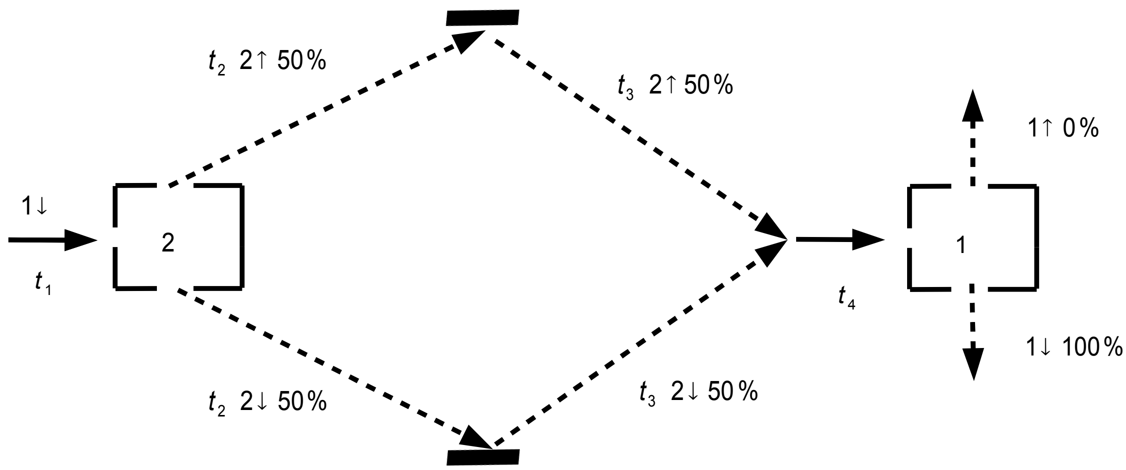
2. APRÈS LA FLÈCHE: SANS LE MUR 100 % DES PARTICULES QUI SUIVENT LE CHEMIN 2 $\uparrow$ SONT 1 $\downarrow$. IDEM POUR CELLES QUI SUIVENT LE CHEMIN 2 $\downarrow$.





SI ON BLOQUE LE CHEMIN 2 $\downarrow$, CELA NE PEUT PAS AFFECTER LES PARTICULES QUI SUIVENT LE CHEMIN 2 $\uparrow$.

DONC, ON DEVRAIT AVOIR 100 % 1 $\downarrow$ (PARMI LES 50 % RESTANTS) ? NON : 25 % 1 $\downarrow$ 25 % 1 $\uparrow$! ON AGIT SUR LES PARTICULES QUI SUIVENT UN CHEMIN EN BLOQUANT LE CHEMIN *QU'ELLES NE SUIVENT PAS*.



SANS LE MUR, QUE FAIT LA PARTICULE?

SUIT-ELLE LE CHEMIN 2 $\uparrow$? NON, SINON

50 % 1 $\uparrow$ 50 % 1 $\downarrow$ APRÈS LA FLÈCHE

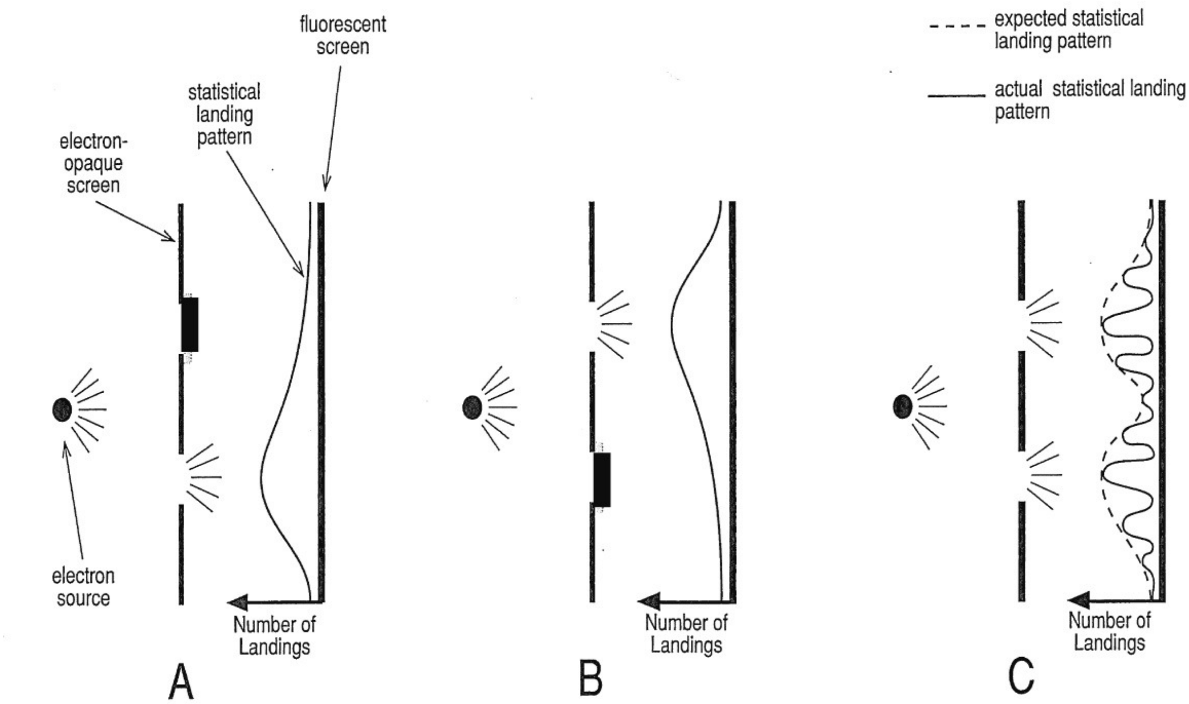
SUIT-ELLE LE CHEMIN 2 $\downarrow$? NON POUR LA MÊME RAISON.

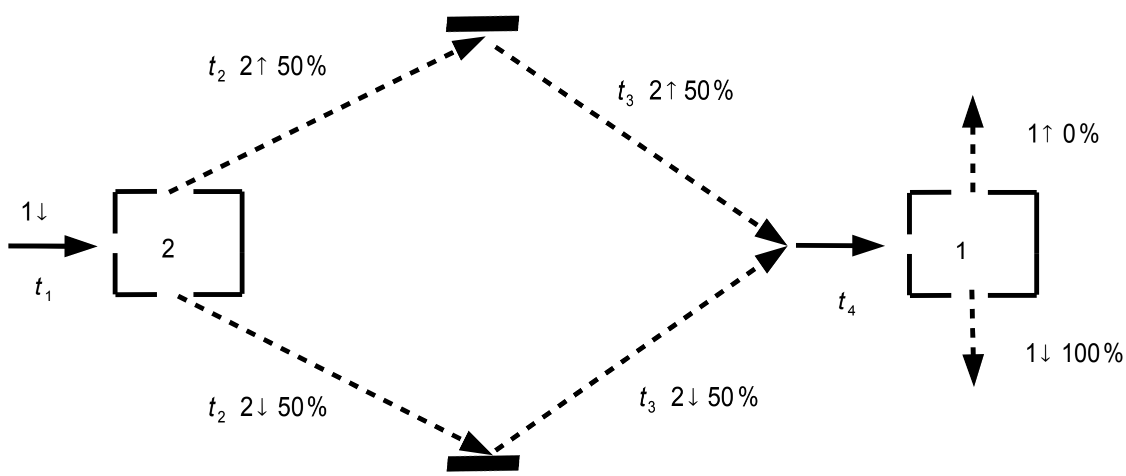
SUIT-ELLE LES 2 CHEMINS?

NON ON LA DÉTECTE TOUJOURS LE LONG D'UN CHEMIN.

ESSENCE DU MYSTÈRE QUANTIQUE!

AUTRE VERSION: L'EXPÉRIENCE DES DEUX TROUS



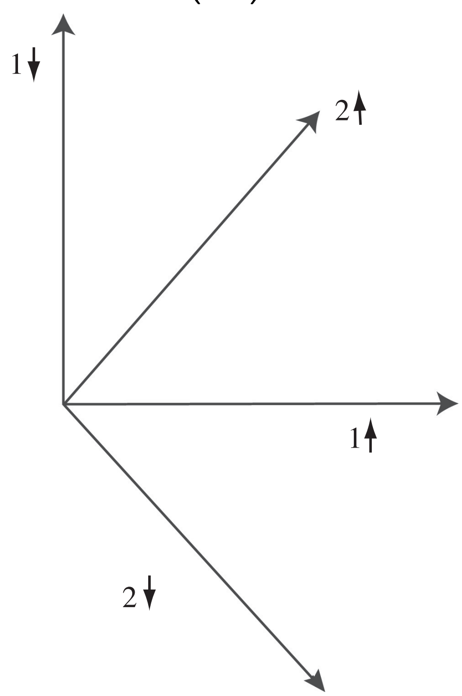


LA SOLUTION QUANTIQUE

LES ETATS PHYSIQUES SONT REPRÉSENTÉS PAR DES VECTEURS

$$| 1 \uparrow> = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad | 1 \downarrow> = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$| 2 \uparrow> = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad | 2 \downarrow> = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$



$$| 2 \uparrow> = \frac{1}{\sqrt{2}} (| 1 \uparrow> + | 1 \downarrow>)$$

$$| 2 \downarrow> = \frac{1}{\sqrt{2}} (| 1 \uparrow> - | 1 \downarrow>)$$

$$| 1 \uparrow> = \frac{1}{\sqrt{2}} (| 2 \uparrow> + | 2 \downarrow>)$$

$$| 1 \downarrow> = \frac{1}{\sqrt{2}} (| 2 \uparrow> - | 2 \downarrow>)$$

RÈGLES

1. EN DEHORS DES MESURES:

$$| \text{ état}\rangle = c_1(t)\ |1\uparrow\rangle + c_2(t)\ |1\downarrow\rangle$$

$$= d_1(t)\ |2\uparrow\rangle + d_2(t)\ |2\downarrow\rangle$$

$c_1(t),\ c_2(t), d_1(t), d_2(t)$

ÉVOLUENT AU COURS DU TEMPS

ON A TOUJOURS:

$|c_1(t)|^2 + |c_2(t)|^2 = 1$

$|d_1(t)|^2 + |d_2(t)|^2 = 1$

(CI-DESSUS $|c_1| = |c_2| = |d_1| = |d_2| = \frac{1}{\sqrt{2}}$)

L'ÉVOLUTION EST *LINÉAIRE*:

$$|\text{état}(0)\rangle = c_1|\text{état}_1(0)\rangle + c_2|\text{état}_2(0)\rangle \ ,$$

POUR 2 ÉTATS $|\text{état}_1(0)\rangle$ and $|\text{état}_2(0)\rangle$ ET DES COEFFICIENTS c_1, c_2, ALORS, POUR TOUS LES TEMPS:

$$|\text{état}(t)\rangle = c_1|\text{état}_1(t)\rangle + c_2|\text{état}_2(t)\rangle \ ,$$

OÙ $|\text{état}_1(t)\rangle$ EST L'ÉVOLUTION TEMPORELLE DE $|\text{état}_1(0)\rangle$ ET $|\text{état}_2(t)\rangle$ CELLE DE $|\text{état}_2(0)\rangle$.

CETTE ÉVOLUTION EST *DÉTERMINISTE* ET *CONTINUE DANS LE TEMPS*.

2. QUAND UNE MESURE EST FAITE:

SI ON MESURE LE SPIN DANS LA DIRECTION 1 ET QUE L'ÉTAT EST:

$|$ état$> = c_1(t)\ |1 \uparrow> + c_2(t)\ |1 \downarrow>$,

LE RÉSULTAT SERA $\uparrow$ AVEC PROBABILITÉ $|c_1(t)|^2$

ET IL SERA $\downarrow$ AVEC PROBABILITÉ $|c_2(t)|^2$

$(|c_1(t)|^2 + |c_2(t)|^2 = 1)$.

SI ON MESURE LE SPIN DANS LA DIRECTION 2 ET QUE L'ÉTAT EST:

$|$ état$> = d_1(t)\ |2 \uparrow> + d_2(t)\ |2 \downarrow>$,

LE RÉSULTAT SERA $\uparrow$ AVEC PROBABILITÉ $|d_1(t)|^2$

ET IL SERA $\downarrow$ AVEC PROBABILITÉ $|d_2(t)|^2$

$(|d_1(t)|^2 + |d_2(t)|^2 = 1)$.

APRÈS LA MESURE DANS LA DIRECTION 1:

SI ON “VOIT” $\uparrow$,

L’ÉTAT $|$ état $>$ EST RÉDUIT À $\rightarrow |1\uparrow>$.

SI ON “VOIT” $\downarrow$,

L’ÉTAT $|$ état $>$ EST RÉDUIT À $\rightarrow |1\downarrow>$.

IDEM POUR UNE MESURE DANS LA DIRECTION 2:

CETTE OPÉRATION EST APPELÉE RÉDUCTION DE L’ÉTAT QUANTIQUE.

ELLE EST

INCOMPATIBLE AVEC L’ÉVOLUTION EN DEHORS DES MESURES: *ELLE EST NON-LINÉAIRE, DISCONTINUE DANS LE TEMPS ET INDÉTERMINISTE.*

QUID DE LA FONCTION D'ONDE ? Ψ

$\Psi(x)$.

$x =$ POSITION, COMME THE SPIN, MAIS PREND DES VALEURS RÉELLES PLUTÔT QUE UP ET DOWN.

$|\Psi(x)|^2 =$ DENSITÉ DE PROBABILITÉ DE TROUVER LA PARTICULE EN x SI ON MESURE SA POSITION.

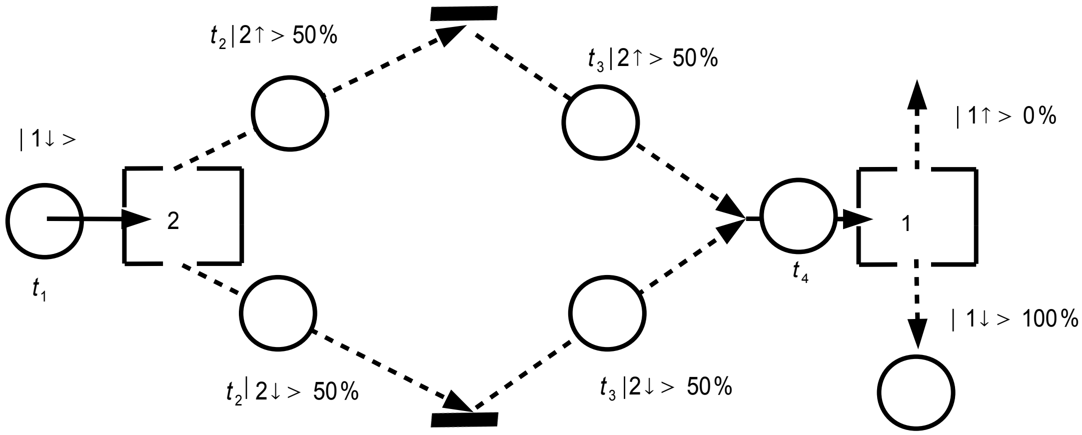
$\Psi(x,t)$ CHANGE AU COURS DU TEMPS EN CONSERVANT:

$\int |\Psi(x,t)|^2 dx = 1 \; \forall t$, SI $\int |\Psi(x,0)|^2 dx = 1$.

COMME

$|c_1(t)|^2 + |c_2(t)|^2 = 1$.

COMMENT ÇA MARCHE?



À t_1,

$| 1 \downarrow > = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(| 2 \uparrow > \; - | 2 \downarrow > \right).$

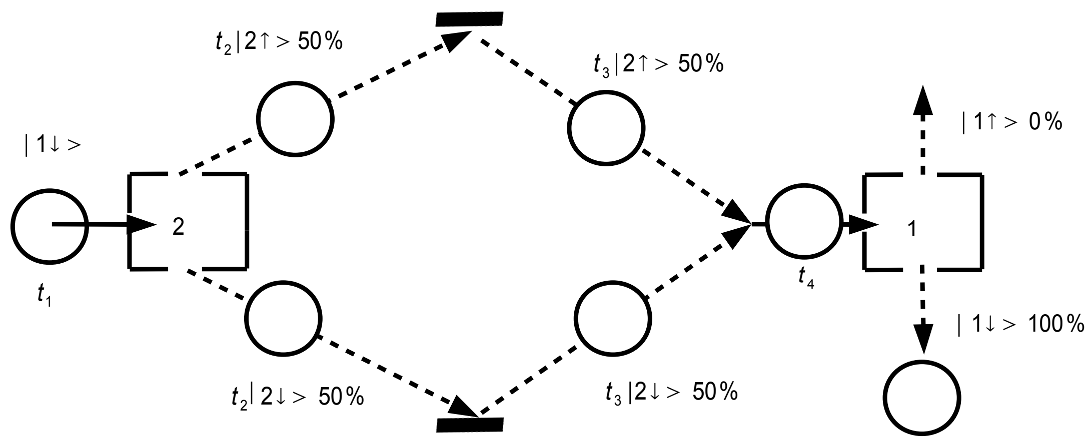
À t_2 ET t_3,

$\frac{1}{\sqrt{2}}(| 2 \uparrow > \; | \text{chemin2} \uparrow > - | 2 \downarrow > \; | \; \text{chemin2} \downarrow >)$

$| \text{chemin2} \uparrow >$, $|\text{chemin2} \downarrow >$ SONT DES FONCTIONS D'ONDE $\Psi(x, t)$.

ELLES SONT REPRÉSENTÉES PAR DES DISQUES.

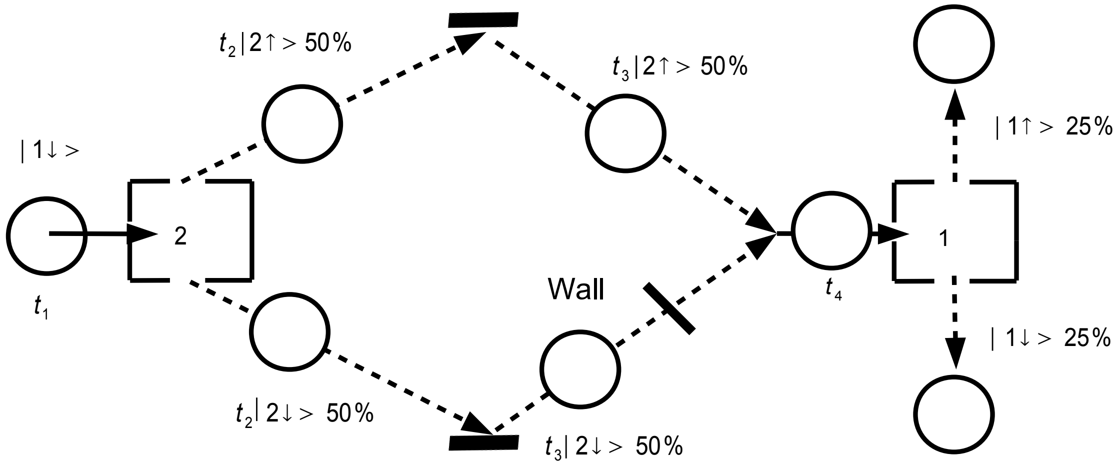
ELLES SONT REPRÉSENTÉES PAR DES DISQUES.



À t_4,

$= \frac{1}{\sqrt{2}}(|\,2\uparrow> \ - |\,2\downarrow>)\,|\,\text{chemin} \rightarrow>$

$= |\,1\downarrow> \ |\,\text{chemin} \rightarrow> \rightarrow 100\%\ 1\downarrow.$



SI ON BLOQUE LE CHEMIN 2 $\downarrow$: C'EST UNE MESURE DONC L'ÉTAT EST RÉDUIT:

À t_3, APRÈS LE MUR

$|$ état $> \to |2\uparrow>$ $|$ chemin $2\uparrow>$

À t_4,

$= \frac{1}{\sqrt{2}} (|1\uparrow> + |1\downarrow>)$ $|$ chemin $\to>$.

APRÈS LA FLÈCHE: $\to$ 25 % $\uparrow$ 25 % $\downarrow$.

C'EST ICI QUE LE RÔLE ESSENTIEL DES MESURES ET DONC DE L'OBSERVATION INTERVIENT

ON A DEUX RÈGLES INCOMPATIBLES: L'UNE SUR CE QUI SE PASSE EN DEHORS DES MESURES ET L'AUTRE SUR CE QUI SE PASSE PENDANT LES MESURES.

CE PROBLÈME A ÉTÉ ILLUSTRÉ IRONIQUEMENT PAR JOHN BELL:

> ON DIRAIT QUE LA THÉORIE SE PRÉOCCUPE SEULEMENT DES "RÉSULTATS DE MESURE" ET N'A RIEN À DIRE SUR QUOI QUE CE SOIT D'AUTRE.
>
> MAIS QU'EST-CE QUI PERMET À CERTAINS SYSTÈMES PHYSIQUES DE JOUER LE RÔLE DE "MESUREUR"? EST-CE QUE LA FONCTION D'ONDE DU MONDE A DÛ ATTENDRE DES MILLIERS DE MILLIONS D'ANNÉES AVANT DE FAIRE UN SAUT, ATTENDANT L'APPARITION D'UNE CRÉATURE UNICELLULAIRE?
>
> OU A-T-ELLE DÛ ATTENDRE PLUS LONGTEMPS, JUSQU'À CE QU'UN SYSTÈME PLUS QUALIFIÉ, MUNI D'UN DOCTORAT, APPARAISSE ?
>
> J. BELL

REACTIONS

— 1. DIRE QUE LA PHYSIQUE S'OCCUPE UNIQUEMENT DE MESURES FAITES EN LABORATOIRE.

MAIS L'EXPÉRIENCE EST UN OUTIL. L'OBJECTIF DEMEURE : COMPRENDRE LE MONDE.

LIMITER LA MÉCANIQUE QUANTIQUE À DES PETITES OPÉRATIONS DE LABORATOIRE REVIENT À TRAHIR LA GRANDE ENTREPRISE. UNE FORMULATION SÉRIEUSE [DE LA MÉCANIQUE QUANTIQUE] N'EXCLURA PAS LE MONDE EXTÉRIEUR AU LABORATOIRE.

John Bell

— 2. AFFIRMER QUE, SI L'ON ANALYSE LES MESURES DANS LE CADRE DE LA THÉORIE QUANTIQUE, LE PROBLÈME SERA RÉSOLU.

— 3. L'INTERPRÉTATION STATISTIQUE : LES MESURES RÉVÈLENT DES PROPRIÉTÉS PRÉEXISTANTES DU SYSTÈME ET L'ÉTAT QUANTIQUE DONNE LA DISTRIBUTION STATISTIQUE DE CES PROPRIÉTÉS (POINT DE VUE IMPLICITE DES PHYSICIENS "QUI NE SE POSENT PAS DE QUESTIONS").

— 4. CHERCHER UNE AUTRE THÉORIE OU UNE THÉORIE PLUS COMPLÈTE.

“SOLUTION” 2: NE MARCHE PAS À CAUSE DU CHAT DE SCHRÖDINGER

SOIT L’ÉTAT:

$$c_1|1\uparrow\rangle + c_2|1\downarrow\rangle,$$

L'APPAREIL DE MESURE SE RÉDUIT Á UN POINTEUR, QUI EST INITIALEMENT EN POSITION HORIZONTALE ET QUI, Á LA FIN DE LA MESURE, POINTE SOIT VERS LE HAUT, SOIT VERS LE BAS, SELON QUE LE SPIN APRÈS AVOIR ÉTÉ MESURÉ EST "UP" OU "DOWN".

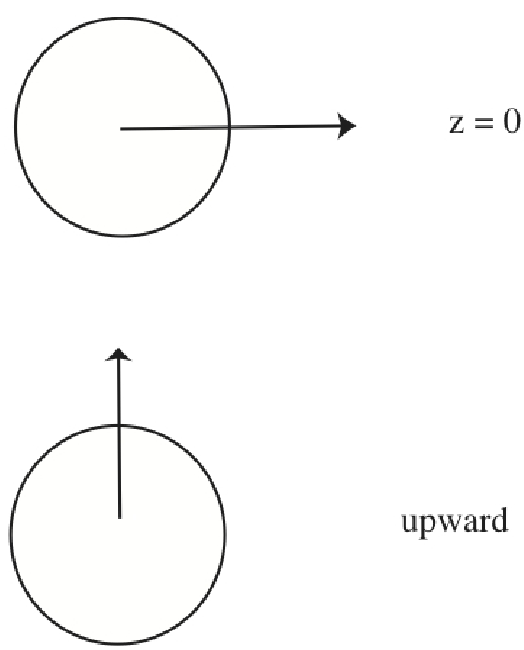


Figure 1: Evolution of the pointer during the measurement when the initial state of the spin up

Pour décrire le dispositif de mesure en mécanique quantique, il faut lui associer un état quantique. Soit $\varphi_0(z)$ la fonction d'onde initiale associée au pointeur, avec $\varphi_0(z)$ centré à $z = 0$, ce qui signifie que le pointeur est comme dans la première image de la figure.

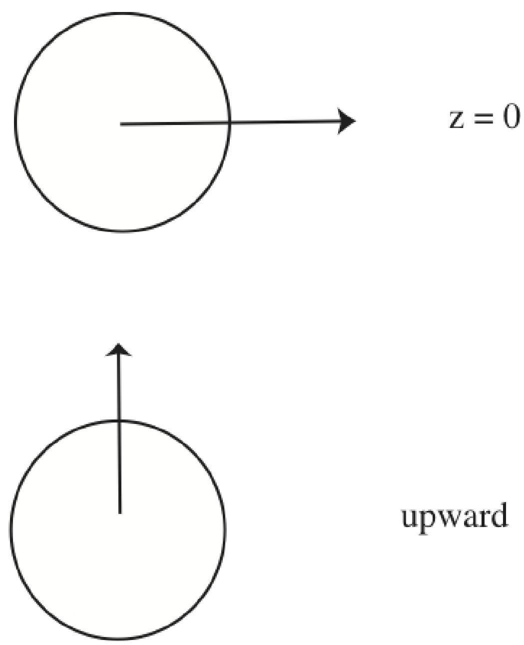


Figure 2: Evolution of the pointer during the measurement when the initial state of the spin is up

SOIT:

$$\Psi_0 = \varphi_0(z)\left[c_1|1\uparrow\rangle + c_2|1\downarrow\rangle\right],$$

l'état quantique qui décrit l'état initial du système composé du spin de la particule et du pointeur.

SI ON PART DE:

$$\Psi_0^{\uparrow} = \varphi_0(z)|1 \uparrow\rangle.$$

L'ÉTAT FINAL SERA:

$$\varphi^{\uparrow}(z)|1 \uparrow\rangle,$$

où $\varphi^{\uparrow}(z)$ correspond au pointeur se trouvant comme dans la deuxième image de la figure.

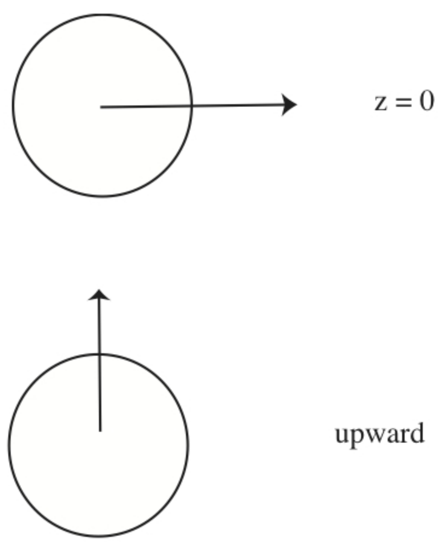


Figure 3: Evolution of the pointer during the measurement when the initial state of the spin up

De même, si on part de l'état initial :

$$\Psi_0^{\downarrow} = \varphi_0(z)|1\downarrow\rangle,$$

l'état final sera :

$$\varphi^{\downarrow}(z)|1\downarrow\rangle,$$

où $\varphi^{\downarrow}(z)$ correspond au pointeur se trouvant comme dans la deuxième image de la figure.

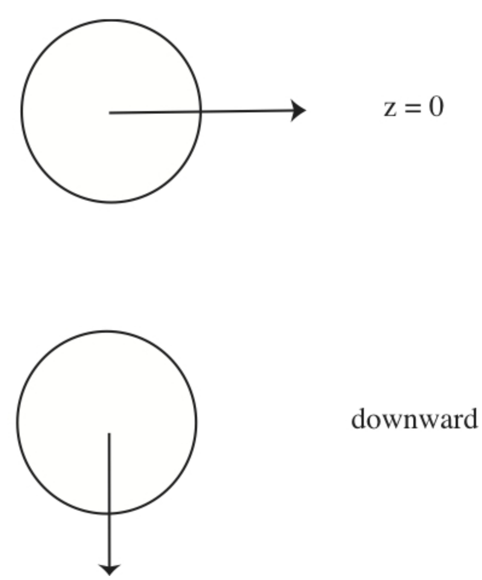


Figure 4: Evolution of the pointer during the measurement when the initial state of the spin is spin down

SI L'ÉTAT INITIAL EST:

$$\Psi_0 = \varphi_0(z)\left[c_1|1\uparrow\rangle + c_2|1\downarrow\rangle\right],$$

À CAUSE DE LA LINÉARITÉ DE L'ÉVOLUTION TEMPORELLE, L'ÉTAT FINAL SERA

$$c_1\varphi^{\uparrow}(z)|1\uparrow\rangle + c_2\varphi^{\downarrow}(z)|1\downarrow\rangle.$$

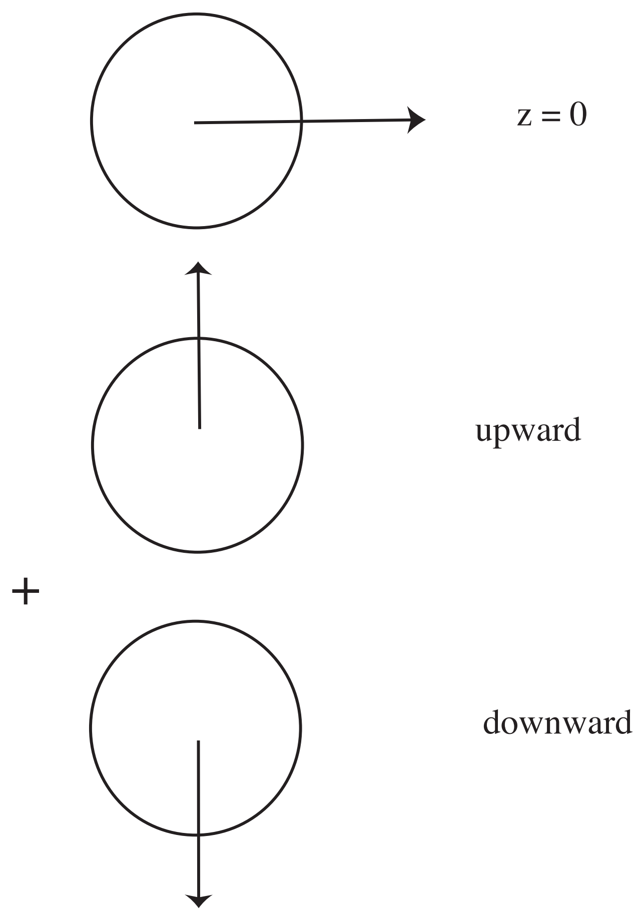


Figure 5: Evolution of the pointer during the measurement when the initial state of the spin is a superposition

En ce qui concerne le pointeur, on ne peut interpréter cet état que comme étant une “superposition” de deux états macroscopiques différents : l’un où le pointeur pointe vers le haut $\varphi^{\uparrow}(z)$ et un autre où il pointe vers le bas $\varphi^{\downarrow}(z)$.

Le problème est que cela ne représente pas du tout l’état de l’appareil de mesure tel que nous le connaissons. Le pointeur pointe soit vers le haut, soit vers le bas, mais n’est pas une superposition des deux !

Ou, si l'on préfère, la description *complète* de l'appareil de mesure *après la mesure* n'est certainement pas une superposition, puisqu'une description plus complète (vers le haut ou vers le bas) peut être obtenue simplement en regardant le résultat. Le problème est que les mesures ont des résultats bien définis et que le formalisme quantique ne rend pas du tout compte de ce fait.

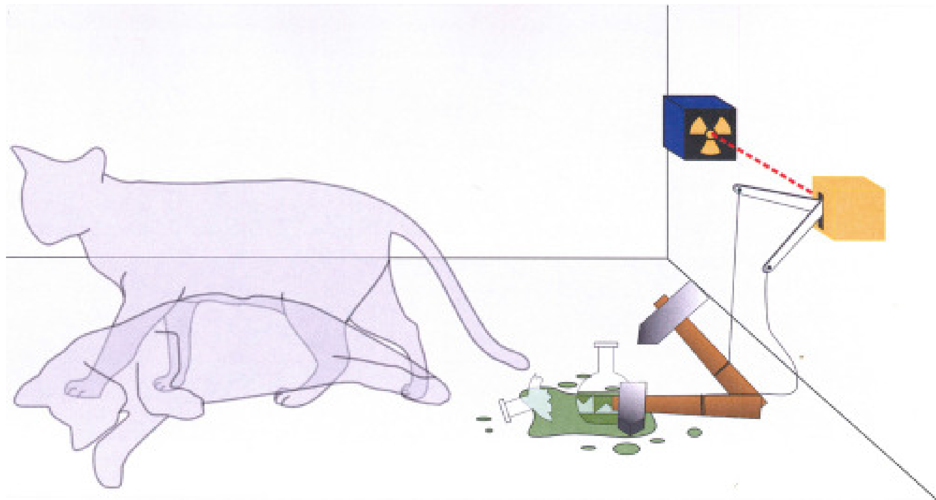


Figure 6: The cat that is both dead and alive.

Pour rendre la situation plus dramatique, on peut coupler l'appareil à un chat, comme l'a suggéré Schrödinger: on imagine un chat dans une boîte scellée avec un mécanisme qui relie la position du pointeur à un marteau qui brise une fiole de poison si le pointeur est orienté vers le haut et ne la brise pas si le pointeur est orienté vers le bas.

Si la fiole est brisée, le poison tue le chat.

L'état du chat est le célèbre

$$|\text{chat vivant} > + |\text{chat mort} >$$

Considérons maintenant la "solution" 3. L'interprétation statistique : les mesures révèlent des propriétés préexistantes du système et l'état quantique donne la distribution statistique de ces propriétés (point de vue implicite des physiciens "qui ne se posent pas de questions").

Un état comme

$$c_1|1\uparrow\rangle + c_2|1\downarrow\rangle$$

signifierait que, parmi les particules "ayant" cet état quantique, une fraction $|c_1|^2$ d'entre elles auraient leur spin vers le haut et une fraction $|c_2|^2$ d'entre elles auraient leur spin vers le bas.

Analogue une pièce de monnaie. Là, la "réduction" de la probabilité ne pose aucun problème.

Formalisons cette idée : associer à chaque système individuel une fonction v qui donne, pour chaque “observable” X (comme le spin), la valeur (cachée) $v(X)$ que l’observable X a dans ce système individuel avant toute mesure.

Ces valeurs sont appelées ”variables cachées” car elles ne sont pas incluses dans l’état quantique. Ce dernier donnant simplement, dans l’interprétation statistique, une distribution de probabilité sur ces fonctions v.

Cette interprétation est une façon de compléter le formalisme quantique ; si cela fonctionnait, il n’y aurait aucun mystère dans l’opération de réduction : lors d’une mesure, nous apprenons simplement une propriété préexistante du système et nous mettons à jour nos probabilités en conséquence.

PROBLÈME POUR L'INTERPRÉTATION STATISTIQUE OU LA VUE IMPLICITE : LA FONCTION v N'EXISTE PAS !

À CAUSE DES THÉORÈMES SUR LES VARIABLES CACHÉES (GLEASON, KOCHEN-SPECKER, BELL...):

ON NE PEUT PAS AVOIR UNE DISTRIBUTION DE PROBABILITÉ SUR DES CHOSES QUI N'EXISTENT PAS.

RÉSUMÉ DU MYSTÈRE QUANTIQUE :

LA VISION STATISTIQUE (QUI EST LA PLUS NATURELLE) EST INTENABLE.

Les appareils de mesure doivent avoir un rôle essentiel dans le formalisme quantique, mais ce dernier ne peut être compris comme un simple révélateur de propriétés préexistantes du système “mesuré” .

Les mesures ne font pas que “mesurer”. elles agissent en quelque sorte sur le système.

Mais comment ? Dans la mécanique quantique ordinaire, elles sont un deus ex machina.

Seule une théorie plus détaillée peut expliquer comment elles agissent.

MAIS IL Y A UN PROBLÈME PLUS PROFOND !

ANGOISSE EXISTENTIELLE: SUIS-JE UN VECTEUR Ψ? QUI EST SIMPLEMENT UNE FONCTION DÉFINIE SUR UN ESPACE DE GRANDE DIMENSION COMME $\mathbb{R}^N$?

ET VOUS?

LE PROBLÈME PRINCIPAL : LES ÉTATS QUANTIQUES CORRESPONDANT AUX CHATS VIVANTS ET AUX CHATS MORTS NE SONT PAS DES CHATS!

CE SONT DES OBJETS MATHÉMATIQUES ABSTRAITS, PAS DES OBJETS SITUÉS DANS $\mathbb{R}^3$, COMME LES CHATS.

Une fois que vous y réfléchissez, il est évident que la mécanique quantique ordinaire ne peut pas être complète. Elle prédit les résultats des mesures, avec une grande précision, mais ne dit rien sur ce qui se passe dans le monde.

Nous avons besoin d'une “ontologie”, c'est-à-dire que nous devons postuler quelque chose qui existe en dehors des laboratoires et qui ne soit pas seulement l'état quantique.

Nous avons besoin d'une ontologie qui inclut PLUS que les appareils de mesure, mais MOINS que les valeurs de toutes les observables.

La théorie dBB- de Broglie (1924-1927), Bohm (1952), (et Bell), est une :

Théorie de "variables cachées".

Qui ne sont nullement cachées.

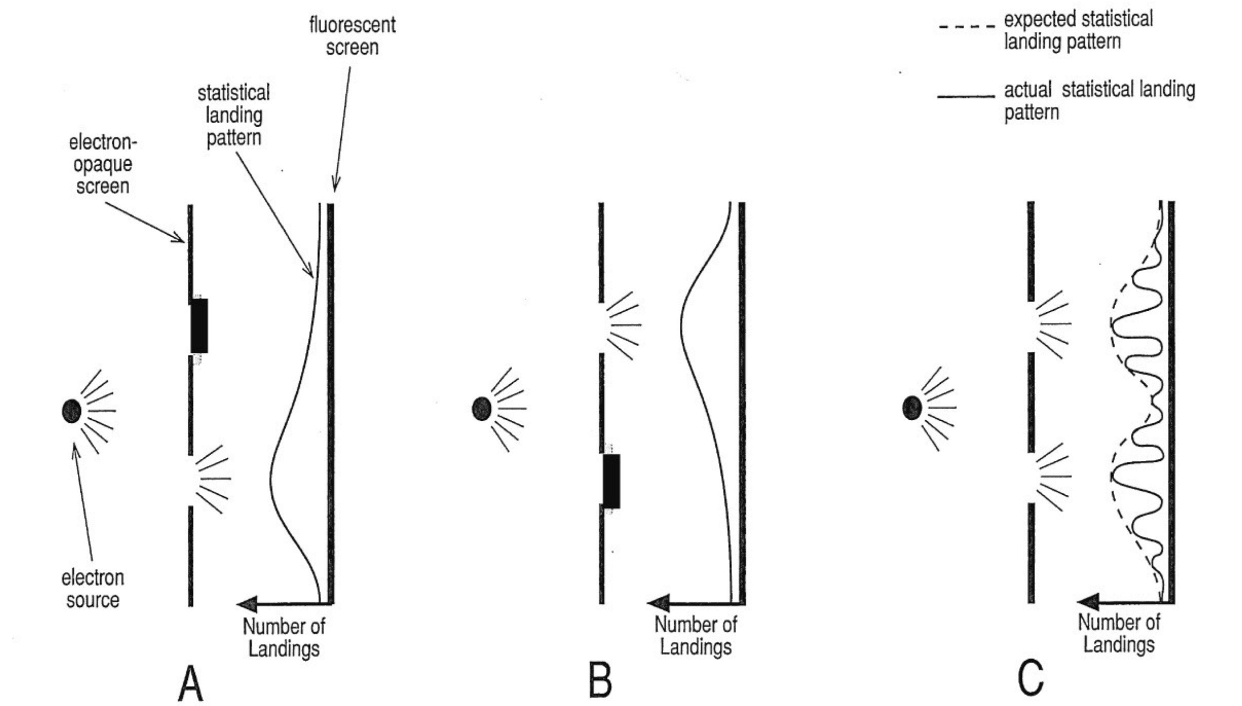
Théorie qui élimine entièrement le rôle de l'observateur.

Qui n'est pas réfutée par les théorèmes sur les variables cachées (du type Kochen-Specker, Bell).

Qui rend compte de toutes les expériences justifiant la mécanique quantique ordinaire.

Qui permet de comprendre le rôle "actif" de l'appareil de mesure, c'est-à-dire l'intuition de Bohr (mais sans en faire un a priori philosophique).

REPENSONS À L'EXPÉRIENCE DES DEUX TROUS



COMMENT LES ÉLECTRONS PEUVENT-ILS ÊTRE À LA FOIS DES ONDES ET DES PARTICULES ?

ÉLÉMENTAIRE MON CHER BOHR !

CE SONT DES PARTICLES *GUIDÉES* PAR DES ONDES.

MÉCANIQUE DE DE BROGLIE-BOHM

ÉTAT (pour un système de N particules) :

$$(|\text{ état quantique } >, \mathbf{X}).$$

$\mathbf{X} = (X_1, \ldots, X_N)$ représente les positions des particules qui existent indépendamment du fait qu'on les "regarde" ou qu'on les "mesure".

Ce sont des "variables cachées" en ce sens qu'elles ne sont pas incluses dans la description purement quantique $|$ état quantique $>$, mais elles ne sont nullement cachées: ce sont ces positions que l'on détecte directement, par exemple sur l'écran dans l'expérience des deux trous.

ÉVOLUTION TEMPORELLE :

1. ÉQUATION de SCHRÖDINGER pour l'évolution de $\mid$ état quantique $>$, pour tous les temps et en toutes circonstances *que l'on "mesure" quelque chose ou non.*

$\Psi_0 \to \Psi_t = U(t)\Psi_0$

$i\hbar\partial_t \Psi = \mathcal{H}\Psi$

$\mathcal{H} = -\frac{1}{2}\Delta + V$ est l'hamiltonien (quantique, avec $\hbar = 1$, $m = 1$).

2. ÉQUATION PILOTE

Les positions des particules évoluent au cours du temps $\mathbf{X} = \mathbf{X}(t)$. Leur mouvement est déterminé par l'état quantique: leur vitesse est une fonction de la fonction d'onde. Si l'on écrit

$$\Psi(X_1, \ldots, X_N) = R(X_1, \ldots, X_N)e^{iS(X_1,\ldots,X_N)},$$

alors:

$$\frac{dX_k}{dt} = \nabla_k S(X_1, \ldots, X_N),$$

Ou encore:

$$\frac{dX_k}{dt} = V_\Psi^k(\mathbf{X}) = \quad \frac{\mathrm{Im}(\Psi^* \nabla_k \Psi)}{\Psi^* \Psi}(X_1, \ldots, X_N)$$

Rien de mystérieux: $\frac{d\mathbf{X}}{dt} = \frac{\mathbf{J}}{\rho}$ où $\mathbf{J} = \mathrm{Im}(\Psi^* \nabla \Psi)$ est le courant associé à la "conservation de la probabilité" $\rho = |\Psi|^2$:

$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{J} = 0.$

On peut penser à Ψ comme analogue à l'hamiltonien en mécanique classique: celui-ci est aussi défini partout (sur l'espace de phase) et guide le mouvement des particules là où elle se trouvent. Voir la fonction d'onde comme analogue à une *loi* dynamique.

Expérience des deux trous : solution numérique de la dynamique de de Broglie-Bohm.

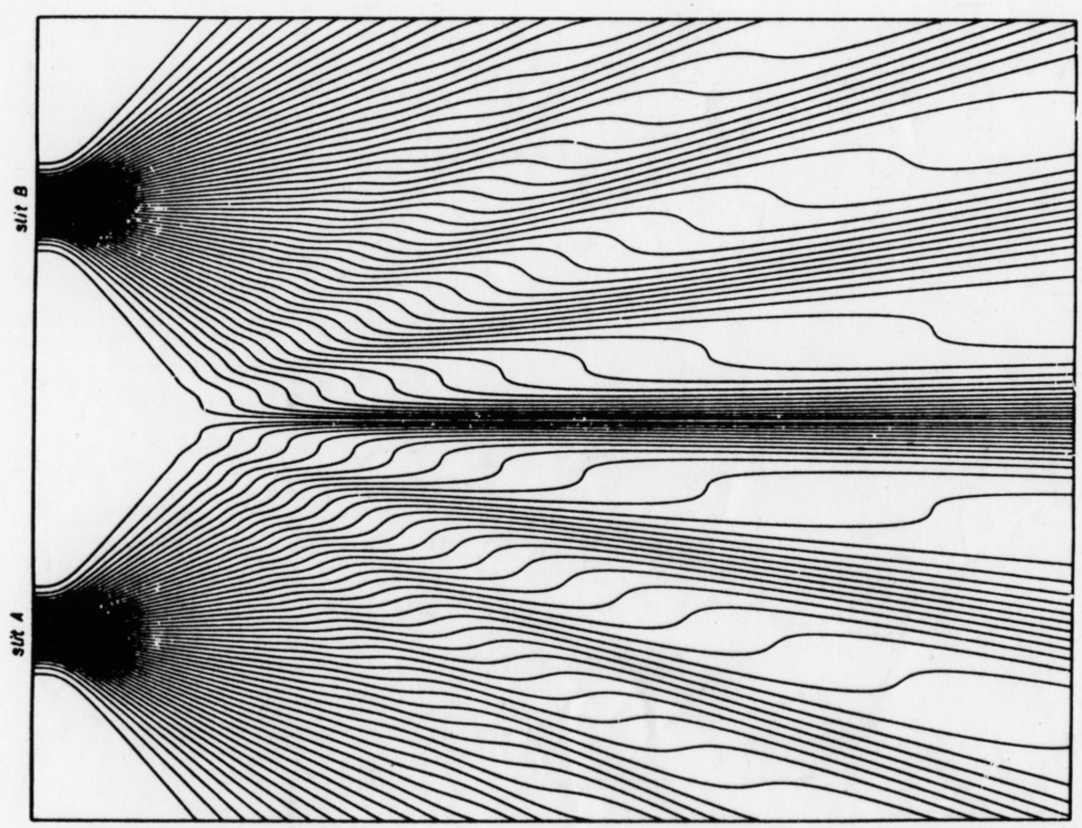
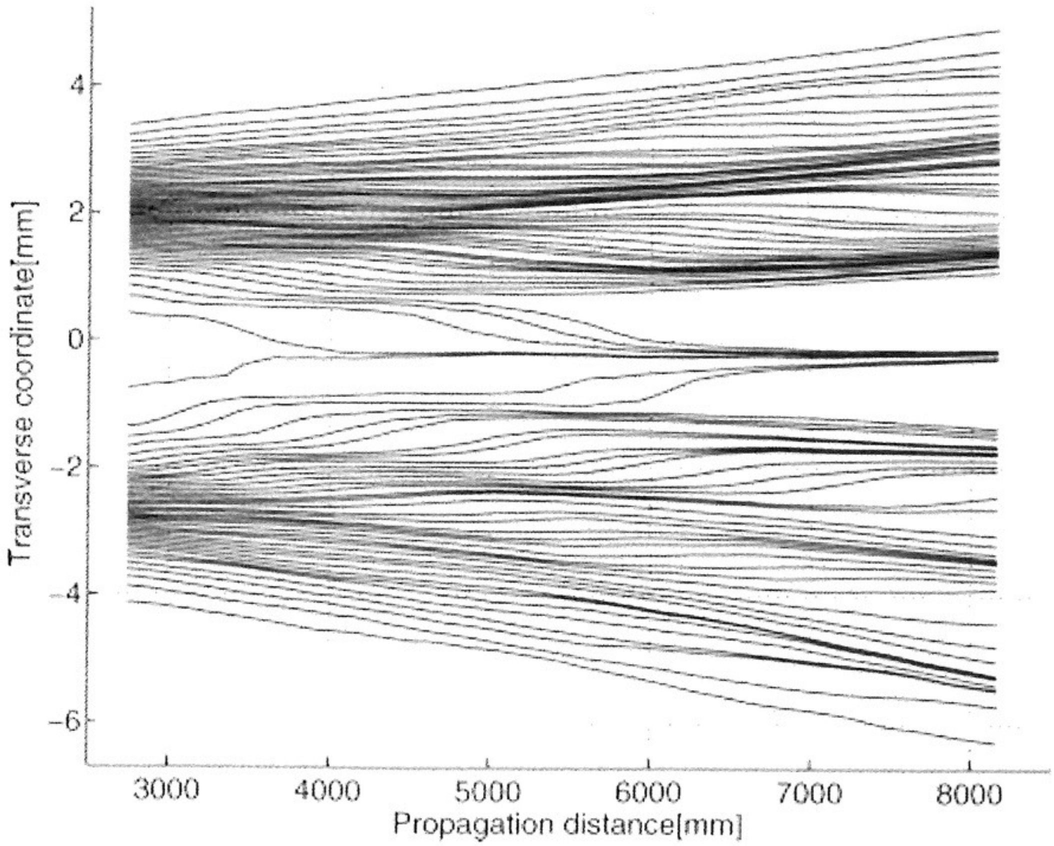


Figure 9.3 Trajectories for two Gaussian slits with a Gaussian distribution of initial positions at the slits.

Mouvement *dans le vide* hautement *non classique* !! (En terme de potentiels, $V_{class} = 0$). Notez que l'on peut déterminer a posteriori le trou par lequel la particule est passée ! Remarquez aussi la présence d'une ligne nodale: par symétrie de Ψ, la vitesse est tangente à la ligne séparant le haut et le bas de l'image : donc, les particules ne peuvent pas traverser cette ligne.

Expérience relativement récente (Science, juin 2011).



Mesure “faible”, c’est-à-dire indirecte- comme à peu près toutes les mesures.

Il est clair que l'expérience à deux trous ne peut en aucune façon être réconciliée avec l'idée que les électrons se déplacent selon des chemins. En mécanique quantique, il n'y a pas de concept de chemin d'une particule.

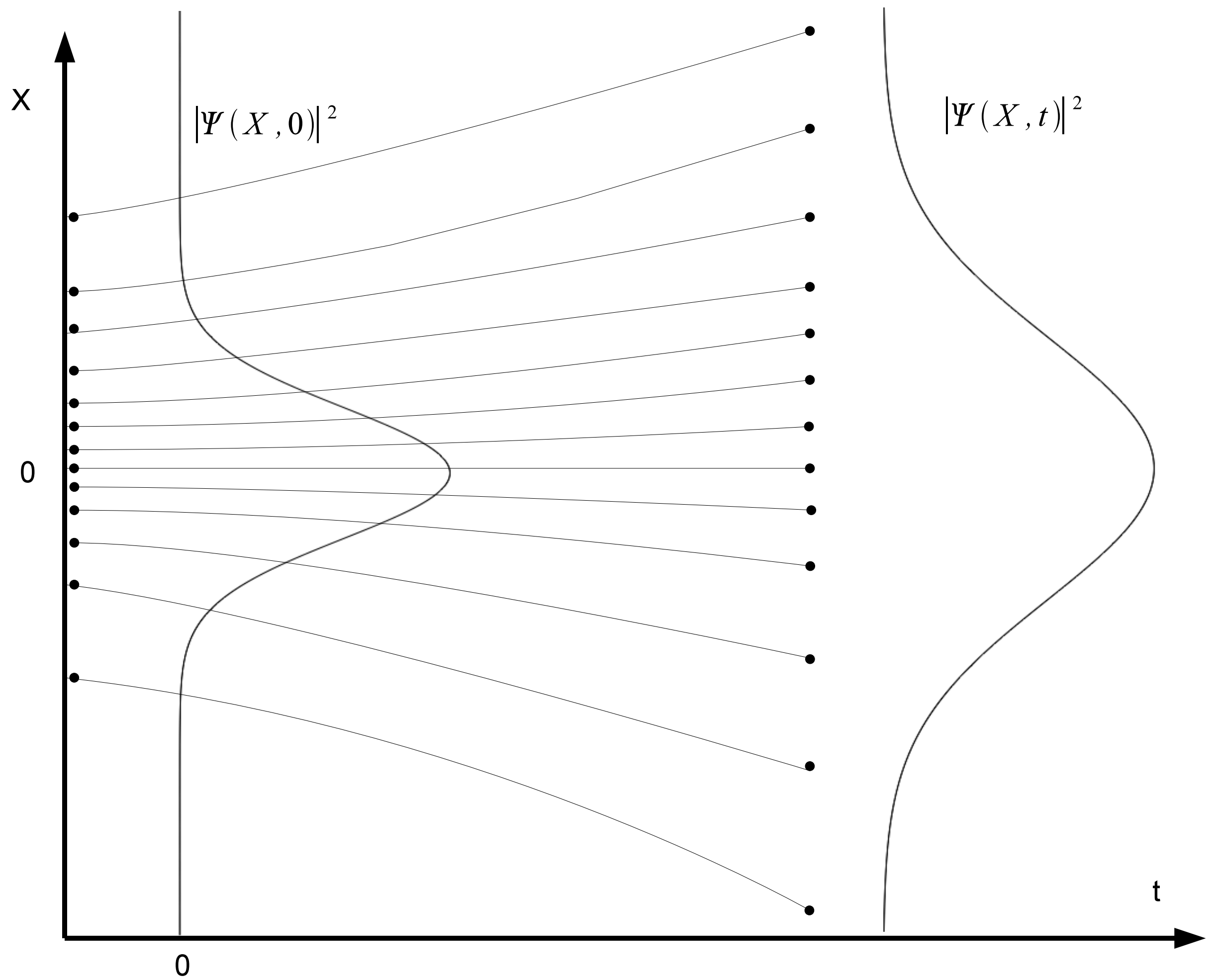
LANDAU et LIFSHITZ

Est-ce si clair que cela ?

N'est-il pas évident, étant donné la petitesse des scintillations sur l'écran, que nous avons affaire à une particule ? Et n'est-il pas évident, étant donné les franges d'interférence et de diffraction, que le mouvement de la particule est dirigé par une onde ? De Broglie a montré en détail comment le mouvement de la particule, passant par seulement un des trous de l'écran pouvait être influencé par des ondes se propageant à travers les deux trous. Et influencé d'une façon telle que la particule ne va pas là où les ondes s'annulent, mais est attirée là où elles coopèrent. Cette idée me semble si naturelle et simple pour résoudre le dilemme onde-particule, que le fait qu'elle soit si généralement ignorée me paraît être un grand mystère.

J. BELL

Conséquence fondamentale de cette dynamique : ÉQUIVARIANCE, ce qui explique l'accord avec les prédictions quantiques usuelles



$$|\rho_0(X)| = |\Psi(0, X)|^2 \to \rho_t(X) = |\Psi(t, X)|^2$$

Où Ψ_t provient de l'équation de Schrödinger

$$i\hbar\partial_t\Psi = \mathcal{H}\Psi$$

et ρ_t provient de l'équation pilote.

$\frac{dX_k}{dt} = \nabla_k S$, avec $\Psi = Re^{iS}$.

DOUBLE STATUT de Ψ:

– Loi gouvernant le mouvement des particules.

– Gouverne également la distribution statistique des positions des particules: $|\Psi|^2$

Comparer avec l'hamiltonien $\mathcal{H} \sim -\log \Psi$ et $|\Psi|^2 \sim \exp(-\beta\mathcal{H})$, avec $\beta = 2$.

Voyons maintenant pourquoi les “mesures” – autres que les mesures de position – ne mesurent (en général) aucune propriété préexistante de la particule (le “spin” n’est pas réel), ce qui est une conséquence des théorèmes sur la non existence de variables cachées (théorème du type Kochen-Specker ou Bell, Mermin, Perez)

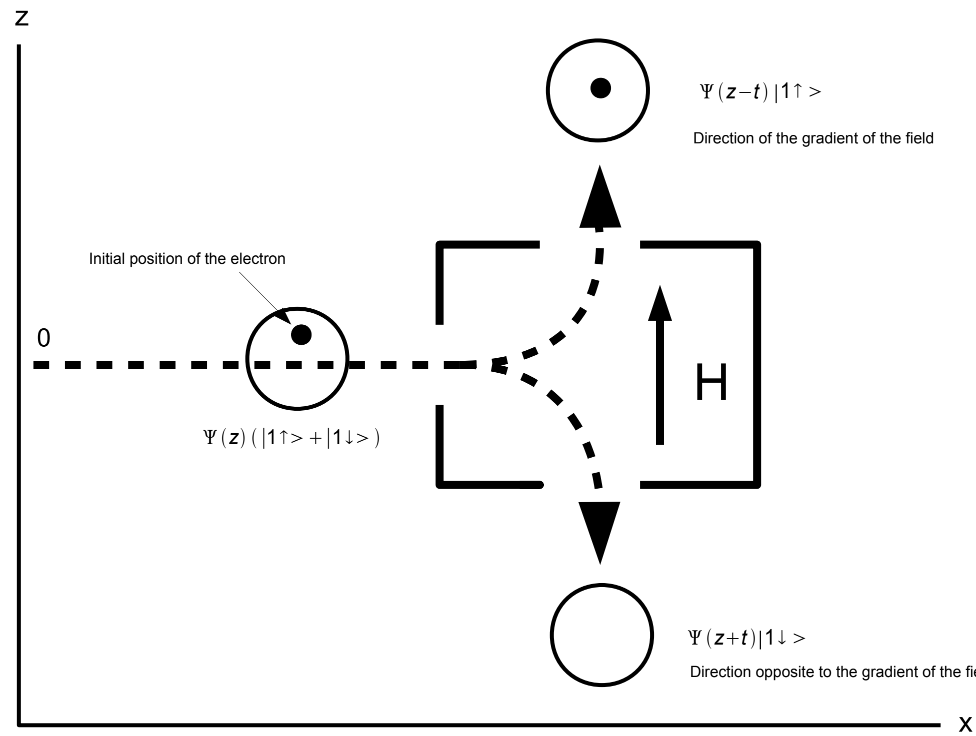


Figure 7: An idealized spin measurement

On mesure le spin d'une particule dans un état superposé $|1\uparrow>$ et $|1\downarrow>$:

H = champ magnétique ; la partie $|1\uparrow>$ va toujours dans la direction du champ et la partie $|1\downarrow>$ va toujours dans la direction opposée. Mais la particule, si elle est initialement située dans la partie supérieure de la fonction d'onde, va toujours aller vers le haut (à cause des lignes nodales).

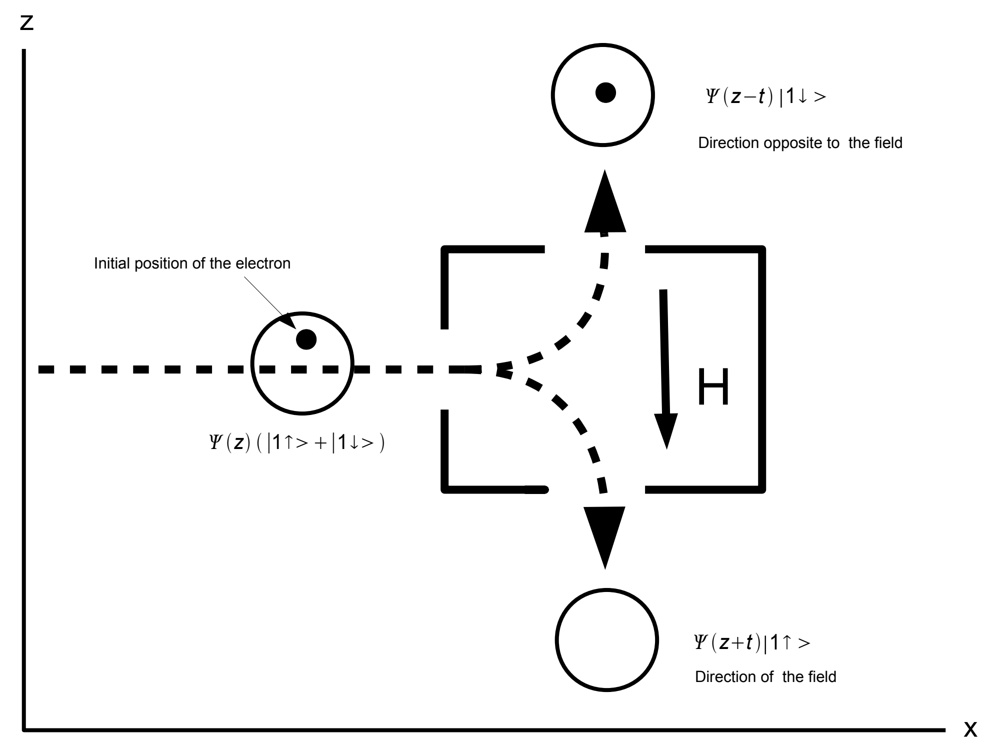


Figure 8: An idealized spin measurement with the field reversed relative to Fig. 9

Donc, si on renverse le sens du champ, la particule qui était “spin up” devient “spin down”, alors qu’on “mesure” la même “observable”, c’est-à-dire le spin dans la *même* direction dans les deux dispositifs, mais avec des arrangements différents de l’appareil.

Donc, l'appareil de mesure n'est pas "passif" (il n'enregistre pas simplement quelque chose de préexistant à la mesure) mais "actif". $\rightarrow$ ceci justifie l'intuition de Bohr, mais en l'incorporant dans la théorie même, pas comme un *deus ex machina.*

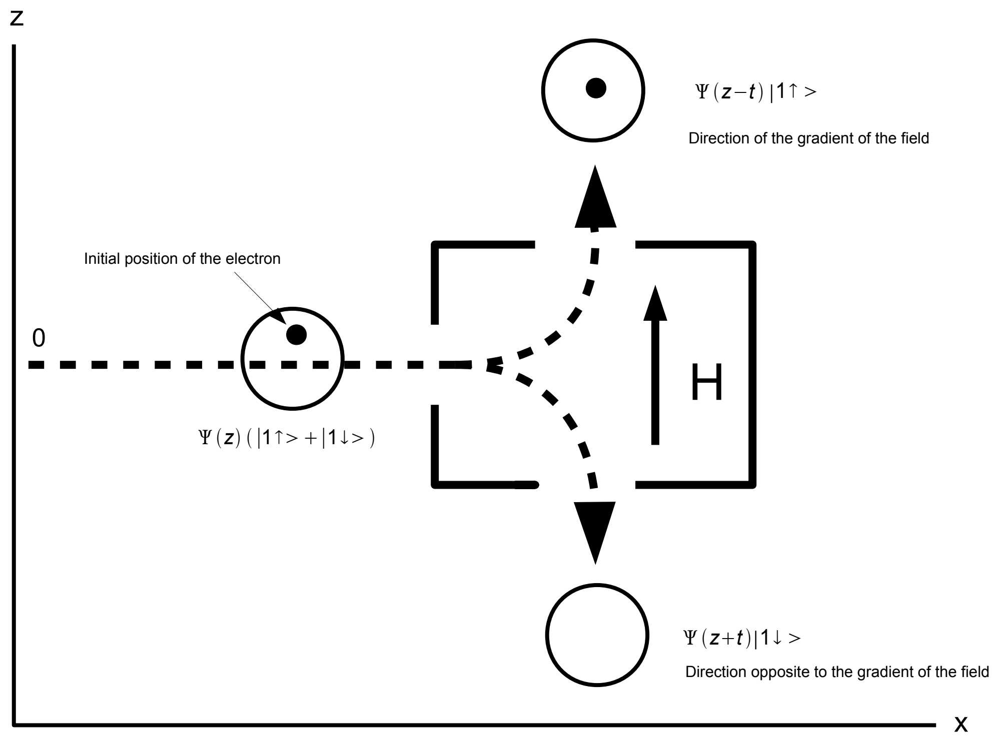


Figure 9: An idealized spin measurement

Notons aussi que les deux parties de la fonction d'onde continuent à évoluer selon les équations habituelles.

MAIS la particule est guidée uniquement par la partie de la fonction d'onde dans le support de laquelle elle se trouve.

C'est-à-dire qu'on peut, EN PRATIQUE et dans certains cas, réduire la fonction d'onde et ne garder que la partie dans le support de laquelle la particule se trouve.

Quelle est la relation entre la théorie de de Broglie-Bohm et la mécanique quantique ordinaire ?

C'EST LA MÊME THÉORIE !

Mais alors, à quoi bon ?

Plus exactement, l'une (la théorie de de Broglie- Bohm) est une théorie, l'autre non (elle ne se présente pas ainsi, mais comme un algorithme permettant de calculer les résultats de mesure) !

La mécanique quantique ordinaire est simplement la théorie de de Broglie-Bohm tronquée : on oublie les trajectoires, cela n'affecte en rien les prédictions empiriques (qui sont en fait une conséquence de la théorie de de Broglie-Bohm), et cela crée "simplement" quelques bibliothèques remplies de confusions, de mysticisme et de mauvaise philosophie.

À part cela (clarifier nos concepts), la théorie de de Broglie-Bohm n'a aucune utilité !

Explication détaillée de Bell:

Pourquoi il y a-t-il cette nécessité de faire référence aux ‘appareils’ quand nous discutons des phénomènes quantiques? Les physiciens qui ont été les premiers à rencontrer ces phénomènes les ont trouvés si bizarres qu’ils ont perdu tout espoir de les décrire en termes de concepts ordinaires comme l’espace et le temps, la position et la vitesse. Les pères fondateurs de la théorie quantique ont même décidé qu’aucun concept ne pourrait être trouvé qui permettrait une description directe du monde quantique. Ainsi, la théorie qu’ils ont établie avait seulement pour but de décrire systématiquement la réponse de l’appareil. Et que faut-il de plus, après tout, dans les applications?

Le ‘problème’ est le suivant: comment le monde doit-il être divisé exactement entre un appareil parlable ... dont on peut parler ... et un système quantique non parlable, dont on ne peut pas parler? Combien d’électrons, ou d’atomes ou de molécules, faut-il pour constituer un ‘appareil’? Les mathématiques de la théorie ordinaire requièrent une telle division, mais ne disent rien sur la façon de la faire. En pratique, la question est résolue par des recettes pragmatiques qui ont survécues à l’épreuve du temps, appliquées avec discernement et avec un bon goût né de l’expérience. Mais est-ce qu’une théorie fondamentale ne devrait pas permettre une formulation mathématique exacte?

À mon avis, les pères fondateurs avaient tort sur ce point. Les phénomènes quantiques n'excluent *pas* une description uniforme des mondes micro et macro, . . . du système et de l'appareil. Il *n'est pas* essentiel d'introduire une vague division du monde de ce type.

Cela a été indiqué déjà en 1926 par de Broglie, quand il a répondu à l'énigme

onde ou particule?

par

onde *et* particule.

Mais, lorsque cela fut complètement clarifié par Bohm en 1952, peu de physiciens théoriciens voulaient en entendre parler. La ligne orthodoxe semblait entièrement justifiée par les succès pratiques. Même aujourd'hui, l'image de de Broglie-Bohm est généralement ignorée, et n'est pas enseignée aux étudiants. Je trouve que c'est une grande perte. Car cette image stimule l'esprit d'une façon très salutaire. L'image de de Broglie-Bohm élimine la nécessité de diviser le monde d'une certaine façon entre système et appareil.

J. S. BELL

Pourquoi l'image de l'onde-pilote est-elle ignorée dans les ouvrages de mécanique quantique ? Ne devrait-elle pas être enseignée, non pas comme l'unique voie, mais comme un antidote à l'autosatisfaction régnante ? Pour montrer que l'imprécision, la subjectivité, et l'indéterminisme, ne nous sont pas imposées de force par des faits expérimentaux, mais par un choix théorique délibéré ?

J. S. BELL

UNE EX-ÉTUDIANTE EN PHYSIQUE (DEVENUE PHILOSOPHE DES SCIENCES)

Ce qui m'a toujours intéressé était de comprendre ce que le monde est. C'est pourquoi j'ai étudié la physique : si la physique est l'étude de la nature, alors pour comprendre la nature, il faut d'abord étudier la physique. Mais mes espoirs ont été déçus par ce qui est (ou semble être) généralement accepté dans beaucoup de départements de physique dans le monde entier : après la mécanique quantique, il faut abandonner l'idée que la physique nous donne une image de la réalité. Au début, j'ai cru que c'était vrai et j'ai été tellement déçue que j'ai décidé d'abandonner mon rêve 'romantique'...

Mais, à un moment donné, ... J'ai réalisé que certaines des choses que j'avais acceptées n'étaient pas si manifestement vraies, et j'ai repris l'espoir que la mécanique quantique n'était pas réellement la 'fin de la physique', au sens où je l'entendais. Par conséquent, j'ai commencé une thèse en physique pour élucider la situation. En faisant mon doctorat sur les fondements de la mécanique quantique, j'ai compris que ce que les physiciens considéraient comme étant une vérité inévitable était au contraire une grossière erreur: la mécanique quantique ne nous force pas à abandonner quoi que ce soit, et sûrement pas la possibilité d'étudier la réalité à travers la physique.

V. ALLORI

En plus bref, sur “Copenhague”:

Une extravagance philosophique dictée par le désespoir

E. SCHRÖDINGER

APPENDICE:

Let us define the idea of “hidden variables” more precisely. There are many physical quantities besides spin that can in principle be measured: for example, the angular momentum, the energy, or the momentum. The statistical interpretation means that, in each individual system, each of these quantities will have a well defined value, which may be unknown or even unknowable, and uncontrollable, but which nevertheless *exists*.

Let us denote by X a physical quantity (identified with the self-adjoint operator to which it is associated) and by $v(X)$ the value that this quantity has for a particular system, which of course varies from system to system, but in such a way that the quantum state gives the statistical distribution of those values. By definition, such values $v(X)$ are called "hidden variables" (although we will see below that, in the de Broglie-Bohm theory, one introduces hidden variables that are not at all hidden).

To make the statistical interpretation interesting, we have to assume that $v(X)$ exists for more than one X. For example, it would be quite arbitrary to assume that the spin values exist, but only in one direction, since our definition of directions is completely conventional. Now, if we assume that $v(X)$ exists for a reasonable class of quantities X, and that those values agree with quantum mechanical predictions, we can derive a contradiction.

The function $v(X)$ must be such that it coincides with one of the possible results obtained when measuring the quantity X, which implies that the function $v(X)$ must satisfy the following properties:

$$v(X) \in \{\text{spectrum of the operator X}\} \tag{1}$$

and, $\forall X, Y$, if $[X, Y] = XY - YX = 0$, then:

$$v(XY) = v(X)v(Y). \tag{2}$$

Indeed (1) simply says that if a measurement reveals a pre-existing value of an operator[1] X (which, we will assume, has a discrete spectrum), $v(X)$ must be one of the eigenvalues of that operator (for example, if X is the spin discussed here, the value taken by $v(X)$ will be "up" or "down", or $+1$ ou -1, if one wants to associate numbers to "up" and "down").

Actually, the proof of the theorem below will only use a very special case of (1):

$$v(-\mathbf{1}) = -1 \tag{3}$$

where $\mathbf{1}$ is the unit operator.

[1]Although we speak of operators here, we will only use finite dimensional ones in the theorem below.

As for (2), it expresses also a quantum mechanical constraint if measurements are to reveal pre-existing properties. Indeed, if operators X and Y commute, then one can measure both quantities without perturbing the obtained values; one can also measure the quantity XY and the corresponding values must satisfy (2).

So, the constraints (1) and (2) may be considered as purely empirical. They do not depend on the fact that quantum mechanics is a correct theory, but only on certain of its predictions that have been very well verified experimentally.

However, and here is the problem, one can easily prove the:

Theorem on the inexistence of "hidden variables"[2]

There does not exist a function $v : \mathcal{A} \to \mathbb{R}$

where $\mathcal{A}$ = set of self-adjoint matrices on a vector space of dimension at least equal to 3,

such that $\forall\ X, Y \in \mathcal{A}$, the constraints (3) and (2) are satisfied.

[2] The original version of this theorem is due to Bell [2] and to Kochen and Specker [13] (the proof of Bell was based on a theorem of Gleason [11]). The version given here is simpler than the original ones and is due to Mermin (see [16] and reference therein) and Peres [17, 18]. See [7], section 2.5 for more details.

Proof[3]

We use the standard self-adjoint Pauli matrices σ_x and σ_y:

$$\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \qquad \sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}.$$

We consider a couple of each of those matrices, σ_x^i, σ_y^i, $i = 1, 2$, where tensor products are implicit: $\sigma_x^1 \equiv \sigma_x^1 \otimes \mathbf{1}$, $\sigma_x^2 \equiv \mathbf{1} \otimes \sigma_x^2$, etc., with $\mathbf{1}$ the unit matrix. These operators act on $\mathbf{C}^4$.

[3]The proof given here is only valid in dimension 4 and can be easily extended to spaces whose dimension is a multiple of 4. See [2, 13, 16] and [7], Appendix 2.F for more details on the general case.

The following identities are well known and easy to check:

i)

$$(\sigma_x^i)^2 = (\sigma_y^i)^2 = \mathbf{1}, \tag{4}$$

for $i = 1, 2$.

ii) Different Pauli matrices anticommute:

$$\sigma_x^i \sigma_y^i = -\sigma_y^i \sigma_x^i, \tag{5}$$

for $i = 1, 2$.

iii) Finally,

$$[\sigma_\alpha^1, \sigma_\beta^2] = \sigma_\alpha^1 \sigma_\beta^2 - \sigma_\beta^2 \sigma_\alpha^1 = \mathbf{0}, \tag{6}$$

where $\alpha, \beta = x, y$ and $\mathbf{0}$ is the matrix with all entries equal to zero.

Consider now the identity

$$\sigma_x^1\sigma_y^2\sigma_y^1\sigma_x^2\sigma_x^1\sigma_x^2\sigma_y^1\sigma_y^2 = -\mathbf{1}, \tag{7}$$

which follows, using first ii) and iii) above to move σ_x^1 in the product from the first place (starting from the left) to the fourth place, a move that involves one anticommutation (5) and two commutations (6), viz.,

$$\sigma_x^1\sigma_y^2\sigma_y^1\sigma_x^2\sigma_x^1\sigma_x^2\sigma_y^1\sigma_y^2 = -\sigma_y^2\sigma_y^1\sigma_x^2\sigma_x^1\sigma_x^1\sigma_x^2\sigma_y^1\sigma_y^2, \tag{8}$$

and then using i) repeatedly, to see that the right-hand side of (8) equals $-\mathbf{1}$.

We now define the self-adjoint matrices:

$$A = \sigma_x^1 \sigma_y^2, \quad B = \sigma_y^1 \sigma_x^2, \quad C = \sigma_x^1 \sigma_x^2, \quad D = \sigma_y^1 \sigma_y^2, \quad E = AB,$$

Using ii) and iii), we observe:

α) $[A, B] = 0$,

β) $[C, D] = 0$,

γ) $[E, F] = 0$.

The identity (8) can be rewritten as

$$EF = -\mathbf{1}. \tag{9}$$

But, using (2), α), β), γ), and (6), we get:

a) $v(EF) = v(E)v(F) = v(AB)v(CD)$

b) $v(AB) = v(A)v(B)$

c) $v(CD) = v(C)v(D)$

d) $v(A) = v(\sigma_x^1)v(\sigma_y^2)$

e) $v(B) = v(\sigma_y^1)v(\sigma_x^2)$

f) $v(C) = v(\sigma_x^1)v(\sigma_x^2)$

g) $v(D) = v(\sigma_y^1)v(\sigma_y^2)$

Combining (9) with (3) and a)–g), we get

$$v(EF) = -1 \tag{10}$$

$$= v(\sigma_x^1)v(\sigma_y^2)v(\sigma_y^1)v(\sigma_x^2)v(\sigma_x^1)v(\sigma_x^2)v(\sigma_y^1)v(\sigma_y^2),$$

where the right-hand side equals $v(\sigma_x^1)^2 v(\sigma_y^2)^2 v(\sigma_y^1)^2 v(\sigma_x^2)^2$, since all the factors in the product appear twice.

But this last expression, being the square of a real number, is positive (actually, it is equal to 1, since the eigenvalues of the Pauli matrices in (11) are equal to -1 or $+1$), and so cannot equal -1. ■

A possible, but misleading, reaction to this theorem is to say that there is nothing new here, since it is well known that there is no quantum state that assigns a given value to all the spin variables in different directions simultaneously. But that misses the point: the theorem considers the possibility that there be other variables characterizing an individual system than its quantum state (in other words, that the quantum description is incomplete), variables whose values would be revealed by proper measurements. The theorem shows that, at least if the class of those variables is large enough, merely assuming the existence of those variables is impossible. Note that we are not assuming that there exists a theory about those "hidden" variables, telling us how they evolve in time for example, but merely that these variables exist and that their values agree with the quantum mechanical predictions.

References

[1] D. Albert: *Quantum Mechanics and Experience*, Harvard University Press, Cambridge, 1992

[2] J.S. Bell: On the problem of hidden variables in quantum mechanics, *Reviews of Modern Physics* **38**, 447–452 (1966). Reprinted as Chap. 1 in [4]

[3] J.S. Bell: Against measurement, *Physics World* **3**, 33–40 (1990). Reprinted as Chap. 23 in [4]

[4] J.S. Bell: *Speakable and Unspeakable in Quantum Mechanics. Collected Papers on Quantum Philosophy*, 2nd edn, with an introduction by Alain Aspect, Cambridge University Press, Cambridge, 2004; 1st edn 1993

[5] D. Bohm: A suggested interpretation of the quantum theory in terms of "hidden variables", Parts 1 and 2, *Physical Review* **89**, 166–193 (1952)

[6] N. Bohr: Discussion with Einstein on epistemological problems in atomic physics. In P.A. Schilpp (ed.): *Al-*

bert Einstein, Philosopher-Scientist, The Library of Living Philosophers, Evanston, Illinois, 1949, 201–241

[7] J. Bricmont, *Making Sense of Quantum Mechanics*, Springer, Switzerland 2016.

[8] L. de Broglie: *La physique quantique restera-t-elle indéterministe ?*, Gauthier-Villars, Paris, 1953

[9] D. Dürr, S. Goldstein and N. Zanghì: Quantum equilibrium and the origin of absolute uncertainty, *Journal of Statistical Physics* **67**, 843–907 (1992)

[10] A. Einstein: Remarks concerning the essays brought together in this co-operative volume. In P.A. Schilpp (ed.): *Albert Einstein, Philosopher-Scientist*, The Library of Living Philosophers, Evanston, Illinois, 1949, 665–688

[11] A.M. Gleason: Measures on the closed subspaces of a Hilbert space, *Journal of Mathematics and Mechanics* **6**, 885–893 (1957)

[12] S. Goldstein: Bohmian mechanics and quantum information, *Foundations of Physics* **40**, 335–355 (2010)

[13] S. Kochen and E. P. Specker: The problem of hidden variables in quantum mechanics, *Journal of Mathematics and Mechanics* **17**, 59–87 (1967)

[14] S. Kocsis, B. Braverman, S. Ravets, M.J. Stevens, R.P. Mirin, L.K. Shalm and A.M. Steinberg: Observing the average trajectories of single photons in a two-slit interferometer, *Science* **332**, 1170–1173 (2011)

[15] L. Landau and E. Lifshitz: *Quantum Mechanics* Vol. 3, *A Course of Theoretical Physics*, Pergamon Press, Oxford, 1965

[16] D. Mermin: Hidden variables and the two theorems of John Bell, *Reviews of Modern Physics* **65**, 803–815 (1993)

[17] A. Peres: Incompatible results of quantum measurements, *Physics Letters A* **151**, 107–108 (1990)

[18] A. Peres: Two simple proofs of the Kochen–Specker theorem, *Journal of Physics A: Math. Gen.* **24**, L175–L178 (1991)

[19] C. Philippidis, C. Dewdney, B.J. Hiley: Quantum interference and the quantum potential, *Il Nuovo Cimento B* **52**, 15–28 (1979)

[20] X.O. Pladevall, J. Mompart (eds): *Applied Bohmian Mechanics: From Nanoscale Systems to Cosmology*, Pan Stanford Publishing, Singapore, 2012

[21] E. Schrödinger: Die gegenwärtige Situation in der Quantenmechanik, *Naturwissenschaften* **23**, 807–812; 823–828; 844–849 (1935). English translation: The present situation in quantum mechanics, translated by J.- D. Trimmer, *Proceedings of the American Philosophical Society* **124**, 323–338 (1984). Reprinted in: J.A. Wheeler and W.H. Zurek (eds), *Quantum Theory and Measurement*, Princeton

University Press, Princeton, 1983, 152–167

[22] R.E. Wyatt, *Quantum Dynamics with Trajectories*, Springer, New York, 2005